

© Протасов Ю. М., 2012

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СРЕДСТВАМИ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

**Аннотация.** В статье приводится построение уравнения множественной регрессии, позволяющего моделировать изменение во времени макроэкономических показателей. При этом учтена особенность коррелирования временных рядов: при однонаправленности трендов возможны высокие значения коэффициента корреляции между их уровнями даже тогда, когда они независимы.

Полученное уравнение позволяет прогнозировать значения валового внутреннего продукта (ВВП). В качестве примера прогноза получены интервальные оценки ВВП Германии до 2015 г.

**Ключевые слова:** временной ряд, уравнение множественной регрессии, мультиколлинеарность, автокорреляция, корреляционная матрица, значимость коэффициентов регрессии, прогноз ВВП.

© Yu. Protasov, 2012

## MACROECONOMIC INDICATORS RELATIONSHIP MODELING BY MEANS OF CORRELATION-REGRESSION ANALYSIS

**Abstract.** This article considers the construction of a multiple regression equation which helps modelling the time variation of macroeconomic indicators. At the same time the peculiarity of correlating time series is taken into account: the unilaterality of the trends makes possible to reach the highest possible values of the coefficient of correlation between their levels, even when they are independent.

The resulting equation makes it possible to predict the value of the gross domestic product (GDP). The forecast of the interval estimates of Germany's GDP till 2015 are taken as an example.

**Key words:** time series, equation of multiple regression, multicollinearity, autocorrelation, correlation matrix, significance of regression coefficients, forecast of GDP.

В экономических исследованиях, например, в задачах прогнозирования, приходится изучать динамику нескольких показателей одновременно. Временные ряды, уровни которых могут рассматриваться у одних рядов как результативные, а у других – как факторные, называются связанными. Для связанных рядов находят уравнение множественной регрессии, которое можно рассматривать как модель изменения уровней результативного ряда в зависимости от изменения уровней факторных рядов. Чтобы уменьшить или устранить автокорреляцию уровней, в уравнение регрессии вводится в линейной форме фактор времени  $t$  [3].

В данном исследовании приводится построение уравнения множественной регрессии, моделирующего изменение валового внутреннего продукта (ВВП). В качестве ис-

ходных данных использованы годовые макроэкономические показатели Германии, взятые из [5] и приведенные в табл.1.

Таблица 1

**Годовые макроэкономические показатели Германии**

Годы	$x_1$ , млрд. дол.	$x_2$ , %	$x_3$ , млн. чел.	$x_4$ , млрд. дол.	$x_5$ , млрд. дол.	$x_6$ , млрд. дол.
1990	1463	72,75	79,364	411	341	2,964
1991	1591	75,9	79,984	404	385	4,742
1992	1664	79,8	80,594	431	403	-2,113
1993	1688	83,3	81,179	379	338	0,352
1994	1770	85,6	81,422	427	376	7,171
1995	1840	87,1	81,661	520	456	12,01
1996	1892	88,3	81,896	520	451	6,479
1997	1936	90	82,052	508	438	12,328
1998	1990	90,8	82,029	538	463	24,515
1999	2064	91,3	82,087	539	470	56,094
2000	2130	92,7	82,188	546	491	198,772
2001	2212	94,5	82,34	566	479	26,436
2002	2275	95,8	82,482	612	486	53,779
2003	2358	96,8	82,52	748	603	32,442
2004	2468	98,5	82,501	908	72	-10,206
2005	2583	100	82,464	984	791	47,459
2006	2709	101,6	82,366	1135	937	55,676
2007	2835	103,9	82,263	1348	1079	76,647
2008	2927	106,6	82,131	1495	1221	24,534
2009	2970	107	81,875	1145	958	35,749

Показатели имеют следующее содержание:  $x_1$  – ВВП, млрд. долларов США;  $x_2$  – индекс потребительских цен, %;  $x_3$  – численность населения, млн. человек;  $x_4$  – экспорт, млрд. долларов США;  $x_5$  – импорт, млрд. долларов США;  $x_6$  – инвестиции в основной капитал, млрд. долларов США.

Для построения уравнения множественной регрессии рассчитана и проанализирована матрица парных коэффициентов корреляции уровней факторов. Цель анализа – выяснить, что отобранные в уравнение факторы не мультиколлинеарны, то есть не находятся между собой в линейной связи. При этом учитывалось, что коррелировать уровни временных рядов можно только в случае отсутствия автокорреляция в каждом из них [3]. Поэтому сначала каждый ряд был проверен на автокорреляцию. В табл. 2 представлены результаты расчета коэффициентов автокорреляции  $r_a$  для каждого временного ряда и соответствующие им критические значения для числа уровней  $n=20$  и уровня значимости  $\alpha=0,05$ .

Из табл. 2 видно, что автокорреляция наблюдается в рядах параметров  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  и  $x_5$ , так как соответствующие коэффициенты автокорреляции превосходят по модулю их критические значения. Поэтому для исключения влияния автокорреляции рассчитывались парные коэффициенты корреляции не между уровнями, а последовательными разностями уровней каждого временного ряда [3]. Матрица парных коэффициентов корреляции представлена в табл.3.

Таблица 2

**Расчетные значения коэффициентов автокорреляции и их критические значения для уровня значимости 0,05**

$r_{a_1}^x = -0,380$	$r_{a_2}^x = 0,640$	$r_{a_3}^x = 0,730$	$r_{a_4}^x = 0,810$	$r_{a_5}^x = 0,570$	$r_{a_6}^x = 0,210$
-0,399	0,299	0,299	0,299	0,299	0,299

Таблица 3

**Матрица парных коэффициентов корреляции**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	1	0,8576	0,3884	0,5036	0,2434	0,0021
$x_2$		1	0,7060	0,3777	0,1535	-0,0538
$x_3$			1	0,0878	0,0288	-0,0233
$x_4$				1	0,3178	-0,0879
$x_5$					1	0,2545
$x_6$						1

Анализ первой строки матрицы показывает, что факторы  $x_5$  и  $x_6$  не следует включать в модель, так как их связь с результативным показателем  $x_1$  слабая. Остальные факторы, если нет мультиколлинеарности, могут быть включены в модель. В качестве критерия отсутствия мультиколлинеарности использовалось выполнение следующих неравенств [2]:

$$\begin{cases} r_{x_1 x_i} > r_{x_i x_j} \\ r_{x_1 x_j} > r_{x_i x_j} \end{cases} \quad (1)$$

Критерию (1) удовлетворяют только факторы  $x_2$  и  $x_4$ , которые и были включены в уравнение множественной регрессии:

$$\hat{x}_1 = b_0 + b_2 x_2 + b_4 x_4 + b_t t \quad (2)$$

Для определения неизвестных коэффициентов уравнения (2) использовался режим «Регрессия» надстройки «Анализ данных» табличного редактора MS Excel:

$$\hat{x}_1 = 1093,36 + 2,70x_2 + 0,36x_4 + 54,08t$$

Проверка значимости коэффициентов регрессии с помощью  $t$  – критерия Стьюдента показала несущественность коэффициента  $b_2$ , поэтому фактор  $x_2$  был исключен из уравнения как неинформативный.

После пересчета коэффициентов получено уравнение:

$$\hat{x}_1 = 1297,36 + 0,36x_4 + 58,67t \quad (3)$$

Все коэффициенты этого уравнения статистически значимы, а значение множественного коэффициента детерминации  $R^2=0,995$  показывает, что 99,5% общей вариации результативного признака объясняется вариацией факторных признаков, что подтверждает правильность их включения в построенную модель.

Достаточно высокую адекватность построенного уравнения подтверждает и показатель средней ошибки аппроксимации  $\bar{\varepsilon} = 1,04\%$ . Данный показатель рассчитывался по формуле [4]:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{1i} - \hat{x}_{1i}}{x_{1i}} \right| \cdot 100\%,$$

где  $\hat{x}_1$  – рассчитанные по уравнению (3) значения результативного признака.

После проверки надежности уравнения (3) с его помощью получены интервальные оценки среднего значения результативного показателя до 2015 года с доверительной вероятностью  $\gamma=0,95$ . Результаты расчетов представлены на рис. 1, где квадратами без доверительных интервалов изображены фактические значения ВВП, с доверительными интервалами – прогнозируемые значения.

Как видно из рис. 1, полученные оценки не противоречат прогнозам, приведенным в работе [1].

ВВП, млрд. дол.

ВВП Германии

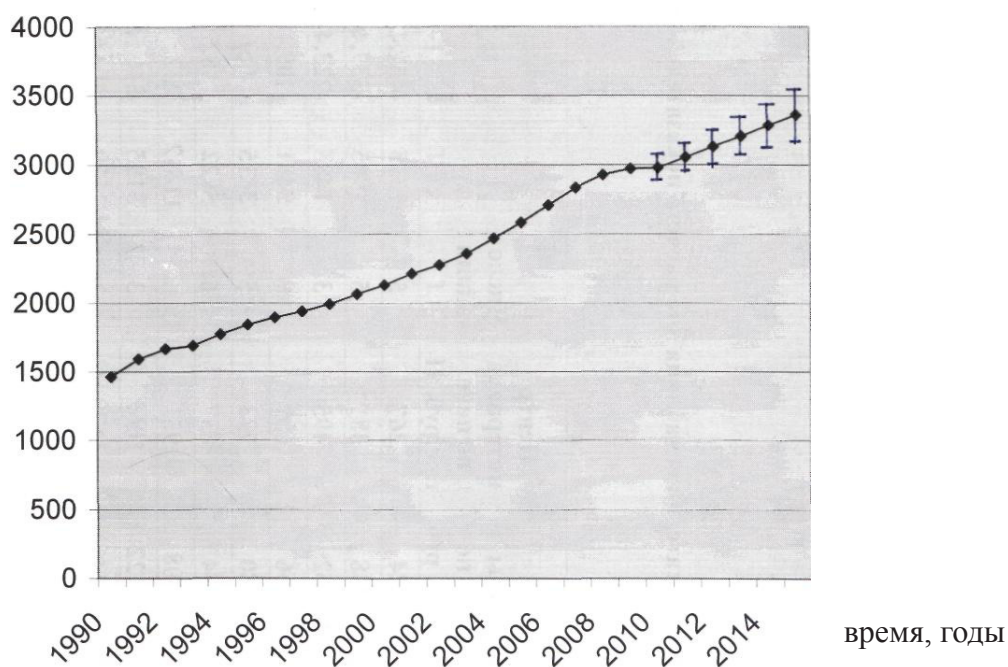


Рис. 1. Динамика ВВП Германии

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гусев А.Н. Долгосрочное прогнозирование параметров экономик России и Германии // Вестник Московского областного государственного университета. – Серия «Экономика». – 2011. № 1. – С. 5–10.
2. Ефимова М.Р., Ганченко О.И., Петрова Е.В. Практикум по общей теории статистики: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 336 с.
3. Теория статистики: Учебник / Под ред. проф. Л.Г. Громько. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 476 с.
4. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
5. UNECE Statistical Database. <http://w3.unecse.org/pwweb> (дата обращения 12.03.12).